

SIMONOVITS ANDRÁS

Keresetbevallás és újraelosztás az együttélő nemzedékek modelljében

E cikkben bemutatott modell a keresetbevallás és az újraelosztás kölcsönhatását elemzi az együttélő nemzedékek modelljében. Két nemzedék él együtt: a fiatal és az idős. A fiatalok keresnek, nyugdíjjárulékot fizetnek, adóznak, és ha marad pénzük, takarékoskodnak. Az idősek nyugdíjat kapnak, és felélik megtakarításaikat. Az adókból finanszírozzák a közjavakat, a nemzedékek között nincs, de a nemzedékekben belül lehetséges újraelosztás. A keresetbevallást és a megtakarítást az egyének olyan szubjektív hasznosságmaximalizáló magatartásából származtatjuk, amely leértékeli az időskort, és bár „élvezi” az adó- és járulékbévallást, potyautasként használja a közösségi javakat és szolgáltatásokat. A kormányzat olyan egyéni objektív hasznosságokat mérlegel, amelyek – a szubjektívekkel ellentétben – nem értékelik le az időskort, és explicit módon figyelembe veszik a közösségi árakat és szolgáltatásokat. A kormányzat az objektív hasznosságfüggvények átlagaként előállított, utilitarista társadalmi jóléti függvényt maximalizálja. Szükségszerűen gondoskodik bizonyos jövedelem-újraelosztásról, azaz jóléti maximalizálással adóznak a tb-nyugdíj- és az adórendszer paraméterértékei. Utilitarista társadalmi jóléti függvény és logaritmikus (illetve egy helyen lineáris taggal bővített) hasznosságfüggvények esetén a sötétszürke gazdaságban a bevallásarányos nyugdíj nagyobb jólétet nyújt, mint az alapnyugdíjjal kiegészített rendszer, a világosszürkében kisebbet. Az arányos rendszer fölénye azonban vélhetően ilyenkor is helyreállítható, ha megfelelő rászorultsági rendszerrel egészítik ki.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: H55, D91.

A szocialista gazdaságban a jóléti kiadásokat az állami és szövetkezeti tulajdonban lévő vállalatok profitjából fedezték. A késő szocialista és az átmeneti gazdaságok jóléti rendszereiben megjelent a személyi jövedelemadó, s a sok ezer magánvállalat dzsungelében az adó- és járulékkerülés. Emiatt romlott bizonyos közszolgáltatások minősége. Az 1998-ban meginduló strukturális reformok nyomán számos országban a nyugdíjdegressziót (a nagyobb keresetek vagy/és a hosszabb szolgálati idő csökkenő értékű beszámítását) fokozatosan vagy gyorsan felszámolták, természetesen csak az új nyugdíjakra. Ez a trend növelte a bevallási érdekeltséget, de csökkentette a kis keresetet és rövid szolgálati időt

* Köszönetemet fejezem ki *Benczúr Péternek, Cseres-Gergely Zsombornak, Földesi Imrének, Gál Róbert Ivánnak, Kézdí Gábornak, Koren Miklósnak, Kőszegi Botondnak, Lackó Máriának, Lukucz Balázsnak, Menyhért Bálintnak, Rézmovits Ádámnak, Tasnádi Attilának és Tóth Jánosnak* hasznos megjegyzéseikért, de mindenképp a cikk különlegesen lelkiismeretes és segítőkész névtelen lektorának. Természetesen az itt előadottakért kizárólag a szerzőt terheli felelősség. A kutatást az OTKA K 67853 pályázat támogatta.

bejelentő munkavállalók újonnan megállapítandó nyugdíját. Az időskori szegénységen pedig csak részben segít a rövidebb ideig tartó dolgozók önkéntes megtakarítása, amelyre egyébként is csak a jobb keresetű, járulékkerülő dolgozók képesek. A cikkben egy olyan – úgynevezett együttélő nemzedékek típusú – modellt szerkesztünk, amelyben a keresetbevallás keresethez viszonyított nagysága a nyugdíjrendszerbeli újraelosztástól, a közjavak értékelésétől és a kereseteltitkolás szegényenétől, illetve költségétől, nevezetesen a bevallási hajlamtól függ. E modell segítségével próbáljuk megállapítani a személyi jövedelemadó (szja) és a nyugdíjrendszer társadalmilag optimális paraméterértékeit. A numerikus eredmények azt sugallják, hogy kis bevallási hajlandóság esetén az alapnyugdíjat tartalmazó rendszer annyira lerontja a keresetbevallást, hogy az utilitarista társadalmi jólétet maximalizáló kormányzat inkább a bevallásarányos nyugdíjrendszert választja. Nagyobb bevallási hajlam esetén megfordul a rangsor, de azt sejtjük, hogy ekkor a rászorultsági rendszer bevezetése segíthet az arányos rendszernek visszanyerni fölényét.

Magyarországon 2005 óta féleldezt a vita a bevallásarányos tb-nyugdíjrendszerről. (Simonovits [2008]-ban még a szokásosabb *keresetarányos* jelzőt használtam, de valójában *bevallásarányosságról* van szó). Egyes szakértők egy – minden időskorú lakosnak járó és azonos összegű – jelentékeny *alapnyugdíj* bevezetésével csökkentenék az időskori szegénységet, összezsugorítva az új nyugdíjakat jelenleg már gyakorlatilag bevallásarányosan megállapító nyugdíjrendszert. Más szakértők viszont attól félnek, hogy egy ilyen reform tovább apasztaná a keresetbevallásokat. Inkább a *rászorultsági* nyugdíjat erősítenék meg, amely csak az egységesen megállapított társadalmi minimum alatti nyugdíjakat egészítené ki egy minimumra. A kiegészítés szűkebbé tehető, ha rászorultsági vizsgálatokkal szűrik ki a csak látszólag rászorulókat. Mindenki egyetért azonban abban, hogy a fenti kérdések mellett alapvető jelentőségű, hogy a nyugdíjrendszer alakulása kiszámítható legyen, és az egymást követő kormányok hiteles nyugdíjstratégiát kövessenek.

Korábbi írásomban (Simonovits [2008]) a kérdéskört egy úgynevezett elemi modellben vizsgáltam, ahol feltettem, hogy valaki vagy a teljes keresetét bevallja, vagy csak a minimálbérnek megfelelő keresetét. Abban a cikkben – a bevallásarányos munkanyugdíjjal ellentétben – az alap- és a rászorultsági nyugdíjat általános forgalmi adóból fedezik. Feltéve, hogy sikerül megkülönböztetni a minimálbérnek megfelelő keresetbevallók között a valóban minimálbért keresőket a potyautasoktól, a rászorultsági rendszer jobban működik, mint az alapnyugdíjas.

A mostani írás az elemi modellt „bonyolítja” a keresetbevallás és a megtakarítás endogenizálásával. A neoklasszikus közgazdaságtan módszerét követve, a keresetbevallást és a megtakarítást az egyének *szubjektív* hasznosságmaximalizáló magatartásából származtatja, amely azonban túlzottan leszámítolja az időskori fogyasztás hasznosságát, és potyautasként kezeli a közjavakat. Bármely dolgozó csupán azért fizet adót és járulékot, mert valamennyire értékeli a járulékból fedezett bevallásarányos nyugdíját és az adóból fizetett közszolgáltatásokat, illetve nem akar szegyenkezni maga előtt, vagy takarékoskodik a titkolózás költségeivel is. A modell szinte megköveteli a személyi jövedelemadó figyelembevételét, hiszen a járulékkerülő egyben adókerülő is. Egy ilyen rendszerben a nyugdíjrendszer valósíthatja meg az idők közti jövedelem-újraelosztást, valamint az adórendszer a dolgozók közti jövedelem-újraelosztást. A valóságot jobban megközelíti, ha bevezetjük az adóból fedezett közösségi javakat és szolgáltatásokat, amelyeket mindenki potyautasként használhat.

A kormányzat olyan egyéni *objektív* hasznosságokat mérlegel, amelyek – a szubjektívekkel ellentétben – nem értékelik le az időskort, és explicit módon figyelembe veszik a közösségi árakat és szolgáltatásokat. A kormányzat az objektív hasznosságfüggvényekből átlagaként előállított, utilitarista társadalmi jóléti függvényt maximalizálja. Így határozza meg a nyugdíj- és az adórendszer paraméterértékeit, vagy legalább rangsorolja a kívülről adott rendszereket.

A modell alapján kapott legfontosabb eredményünk a következő. Létezik a bevallási hajlamoknak egy kritikus értéke, amely mellett az arányos és az optimális alapnyugdíjat tartalmazó nyugdíj azonos jólétet biztosít. A kritikusnál kisebb hajlam esetén érdemes a bevallásarányos rendszert működtetni, nagyobb hajlam esetén viszont érdemes megfelelően megválasztott újraelosztást alkalmazni. Határesetben, amikor a dolgozók minden keresetüket bevallják (fehérgazdaság) erőteljesen progresszív keresetadó és tiszta alapnyugdíjat érdemes bevezetni.

Degresszív nyugdíjrendszerről beszélünk, ha a nyugdíj–kereset függvény növekvő, de egyre lassabban növekvő függvény. A legegyszerűbben úgy lehet a degressziót ábrázolni, hogy a *kombinált* nyugdíjat egy alapnyugdíj és egy bevallásarányos nyugdíj összegére bontjuk fel (*Disney* [2004]).¹ Feltesszük, hogy a nyugdíjat teljes egészében bevallásarányos járulék fedezi.² Cikkünk eltekint a járuléklaplafontól, amely fölötti kereset után – legalábbis a munkavállalónak – nem kell járulékot fizetni. Modellünkben az adó nem általános forgalmi adó, hanem lineáris béradó: úgynevezett egykulcsos személyi jövedelemadó, egyszerű adó-visszatérítéssel, amely meghaladhatja a befizetést is. Azt vizsgáljuk, hogy a nyugdíj degresszivitása és a rendszer egyéb paraméterei hogyan hatnak a keresetben és bevallási hajlandóságban különböző egyének keresetbevallására és megtakarítására.

Technikai egyszerűsítésként feltesszük, hogy a népesség és a gazdaság – a nyugdíjrendszer is beleértve – stacionárius, teljes foglalkoztatottság van. Feltesszük, hogy munkakínálat független az elvonási kulcstól, valamint hogy a dolgozók értik a rendszer működését, és a kormányzat jóindulatú diktátorként, paternalista módon határozza meg az adó- és nyugdíjrendszer paraméterértékeit.

A valóságban azonban e feltevések korántsem teljesülnek: a népesség öregedése egyre nagyobb gondokat okoz – különösen hosszabb távon – a fejlett és az átmeneti országok nyugdíjrendszerében. A teljes foglalkoztatottság csak néhány országot jellemez, és rövid távon a népességöregedés enyhítheti a munkanélküliséget. A munkakínálat érzékeny az elvonásra (*Diamond* [2003]). A dolgozók jelentős része nincs tisztában a nyugdíjszabályok lényegével. A kormányok pedig a társadalmi jólét hosszú távú maximalizálása helyett rövid távú választási szempontok szerint döntenek. Ez a kiszámíthatatlan kormányzati viselkedés tovább fokozza a dolgozók bizalmatlanságát a nyugdíjrendszerben.³

Egyébként a nyugdíjrendszerek stabilitása országonként különbözik. Például az Egyesült Államokban a tb-nyugdíjrendszer lényegében stabil, viszont az amerikaihoz sokban hasonló gazdaságfilozófiát követő Nagy-Britanniában évtizedenként alapvetően változik. Közlebbi példát hozva: míg a cseh nyugdíjrendszer lassan változik, addig az egykor vele közös szlovák rendszer egyik napról a másikra, 2004. január 1-jén alapnyugdíjasról munkanyugdíjasra változott. A magyar nyugdíjrendszer hajmeresztő cikkcakkjai a hazai olvasó előtt túl jól ismertek ahhoz, hogy taglaljuk.

Az általános modell felvázolása után a kérdést egy speciális példán elemezzük, ahol a hasznosságfüggvények logaritmikusak (illetve egy helyen egy lineáris tag is levonódik). Az analitikus elemzéshez további megszorításokra van szükség, és általában még így is csak a feltételes egyéni döntéseket tudjuk meghatározni, de képtelenek vagyunk az egyensúlyi modellt megoldani. Egyedüli kivétel az arányos adó- és járulékrendszer, illetve a fehérgazdaság. Ha a fehérgazdaságra szorítkozunk, ahol mindenki minden keresetét bevallja, akkor tovább egyszerűsíthetők az összefüggések, és két típus esetén meghatározható a fogyasztást teljesen kiegyenlítő optimális adó- és nyugdíjrendszer. Érdekes eredmények adódnak a feketegazdaságra is, ahol a dolgozók csak a minimálbérnek megfelelő keresetet vallják be.

¹ A tanulmányban végig eltekintünk attól a fontos tényről, hogy a legtöbb átmeneti országban már vegyes nyugdíjrendszer működik, márpedig a magánnyugdíjrendszerben szinte képtelenség degressziót alkalmazni.

² Csehországban ez a gyakorlat, más országokban, például Dániában viszont adó fedezi az alapnyugdíjat.

³ Földesi Imre és Gál Róbert Iván hívta fel a figyelmem arra, hogy a modell elhanyagolja ezt a fontos kérdést.

Amikor számszerűsítjük a modellt, numerikusan már figyelembe vehetjük az egyensúlyi feltételeket. A legfontosabb eredményt az 5. táblázat tartalmazza: a sötétszürke gazdaságban az alapnyugdíjas kiegészítés rosszabb, mint az arányos; a világosszürkében viszont fordítva. Abban bízunk, hogy a rászorultsági nyugdíjjal kiegészített arányos rendszer azonban ebben az esetben is jobb eredményt ad. Figyelemre méltó eredmény: nem elegendő, hogy a keresetbevallás foka majdnem 1 legyen, a bevallási hajlamlak is nagyon nagyoknak kell lennie ahhoz, hogy a szürkegazdaság kimenete megközelítse a fehér gazdaságét.

Nehézségeink arra késztetnek, hogy egyelőre érjük be azzal, hogy modellünk végletesen lecsúszott. Azt reméljük, hogy minden elvontsága ellenére, játékmodellünk hozzájárul a keresetbevallás és az újraelosztás kapcsolatának jobb megértéséhez – különös tekintettel a nyugdíjrendszerre. Mindenesetre különleges óvatossággal kell fogadni a modelltől levont következtetéseket.

Mivel a *Simonovits* [2008]-ban elég részletesen áttekintettük az irodalom nyugdíjakkal foglalkozó részét, itt erről csak a legszükségesebbeket ismételjük meg. A hazai kiindulópont *Augusztinovics* [2005], amely tanulmány szerint az elégtelen nyugdíjjogosultságot szerzők tömegét csak egy jelentős alapnyugdíj bevezetésével lehet megmenteni az időskori szegénységtől.⁴ Ehhez még hozzátette, hogy mivel az alapnyugdíjrészt a könnyebben behajthatónak tűnő általános forgalmi adóból lehet fedezni, a járulékteher is jelentősen csökkenthető. Pontosított és kiterjesztett elemzést tartalmaz *Augusztinovics–Köllő* [2007] és *Augusztinovics és szerzőtársai* [2008].

Az alap- vagy rászorultsági nyugdíj kérdését a nemzetközi szakirodalomban elsőként *Friedman–Cohen* [1972] vetette fel. A szerzők azt sugallták, hogy az egyetemes alapnyugdíjrendszer helyére rászorultsági nyugdíjat kell bevezetni, ezzel csökkentve a szerintük hatékonysági veszteséggel járó program méretét. *Akerlof* [1978] általánosabban vizsgálta a kérdést, és az alapnyugdíjhoz hasonló negatív jövedelemadót azon az alapon utasította el, hogy túlzott marginális terhet ró az általános adózóra. A nyugdíjrendszereket összehasonlítva, *Feldstein* [1985] és [1987] egyéni hasznosságfüggvényeket és társadalmi jóléti függvényt vezetett be, és 1987-es cikkében bemutatta: előfordulhat, hogy a rászorultsági rendszer kevésbé hatékony, mint az alapnyugdíjrendszer. Megjegyezzük, hogy az amerikai viszonyokat tanulmányozó *Feldstein* joggal figyelmen kívül hagyta a keresetek hiányos bevallását.⁵ Korábbi munkákra támaszkodva az időben inkonzisztens egyéni nyugdíjtarékosságot kifinomult modellelte *Diamond–Kőszegi* [2003]. Társadalmilag optimális járulék- és járadékkulcsokat a hazai irodalomban korábban már *Simonovits* [2002] és *Alács* [2004] számolt.

Nemrégiben *Cremer és szerzőtársai* [2007] és *Koethenbuenger és szerzőtársai* [2008] politikai gazdaságtani szempontból elemezték, hogy milyen típusú és nagyságú nyugdíjrendszert szavaznak meg a választók. (Modellünkhöz hasonlóan a *Koethenbuenger és szerzőtársai* [2008] modelljében a nyugdíjat finanszírozó járulékok mellett más közösségi célokat szolgáló kereseti adó is létezik.) A választási megközelítés kiegészíti saját, jólétközpontú megközelítésünket, és hasonló eredményt ad: az újraelosztóbb tb-rendszerek kisebbek, mint a keresetarányosak. Még jobban hasonlít megközelítésünkre *Cremer és szerzőtársai* [2008], amelyben nagy hangsúlyt kap a szubjektív és objektív hasznosságfüggvények közti különbség és a hitelkorlát okozta kényszermeztakarítás, csak náluk a keresetbevallás helyett a munkakínálat játszik szerepet. A szóban forgó modelleket az 1. táblázat hasonlítja össze.

⁴ Adó-visszatérítéssel a gondoskodóbb államok még a fiatalok szegénységét is enyhítik!

⁵ A dolgozók rövidlátása viszont kulcsszerepet játszott modelljében, a dolgozók kereseti heterogenitásáról pedig megfeledkezett.

1. táblázat
Modellek és feltevések

Modell	Választás/jólét	Közösségi adó	Nyugdíjcélú adó
<i>Feldstein</i> [1985] és [1987]	jóléti	–	–
<i>Cremer és szerzőtársai</i> [2007] és [2008]	választási	–	–
<i>Koethenburger és szerzőtársai</i> [2008]	választási	+	–
<i>Simonovits</i> [2008] (elemi modell)	–	–	+
<i>Simonovits</i> [2009] (jelen modell)	jóléti	+	–

A brit nyugdíjrendszerben a több évtizedes múltra visszatekintő alapnyugdíj mellett 1997-től kezdve megjelent a rászorultsági nyugdíj is, majd 2003-tól kiegészült a nyugdíjjóváírással. A két rendszer nehéz együttélését gyakorlati szempontból elemzi *Clark–Emmerson* [2003], és elméleti megközelítésben *Sefton és szerzőtársai* [2008]. Hasonló kérdések vetődnek fel a chilei nyugdíjrendszer rászorultsági pillérének reformjában (*Barr–Diamond* [2008] 13.2. fejezet). Nyugdíjirodalmi áttekintésünket egy EU-anyaggal zárjuk: a *Minimum Income Provision ...* [2006] részletesen körüljárja az EU–25 országok minimumnyugdíjainak kérdését, és figyelmeztet a hosszabb távon fenyegető veszélyekre.

Mivel ebben a tanulmányban az adórendszert is modellezzük, még ha csak alárendelt formában is, néhány adóbevallási modellt is megemlítünk. Rugalmas munkakínálat esetén a társadalmi jólétet maximalizáló, optimális lineáris adókulcs viszonylag könnyen meghatározható (*Atkinson–Stiglitz* [1980]). Az adókerülés klasszikus cikke *Allingham–Sandmo* [1972], amely adott jövedelem, adókulcs, ellenőrzési valószínűség és büntetés esetén meghatározta a kockázatkerülő fogyasztó optimális adóbevallását. *Pestieau–Possen* [1991] az adókerülés és a munkahelyválasztás kapcsolatát modellezte, mintegy előre látva az átmeneti gazdaságok egyik alapproblémáját. *Andreoni és szerzőtársai* [1998] áttekintő cikkükben a szűk neoklasszikus modellt kitágítva olyan puhább, de fontos fogalmakat is bevezettek, mint erkölcsi érzelmek és az adófizető elégedettsége a közszolgáltatásokkal. Cikkünk szempontjából három fontos észrevételt tettek: 1. erkölcsösebb állampolgárok több adót vallanak be; 2. nagyobb az adókerülés, ha az állampolgárok méltánytalanabbnak tekintik az adórendszert és 3. nagyobb az adókerülés, ha az adófizetők elégedetlenebbek a közszolgáltatásokkal. *Christie–Holzner* [2006] az adókerülés mellett kiterjesztette a vizsgálódásait a tb-járadékkerülésre. Empirikus munkájukban az EU-tagországokon belül mind a régi, mind az új tagországok jelentős részét megvizsgálták, és érdekes adatokat kaptak a kettős elkerülés mértékére. Például becslésük szerint Magyarországon 2002-ben az szja-köteles jövedelmeknek 69,8, míg a tb-köteles kereseteknek csak 63,6 százalékát jelentették be (1.19. táblázat). *Semjén–Tóth* [2004] a magyar rejtett gazdaság és az adókerülés kapcsolatát vizsgálta. A rejtett gazdaságról szóló munkájában *Lackó* [2006] nemzetközi összehasonlításban elemezte a közszolgáltatások minősége és a szubjektív adórátá közti kapcsolatot. Az *OECD* [2002] teljes áttekintést adott a nem megfigyelt gazdaságról. *Tonin* [2007] a minimálbérnek megfelelő kereset és az adókerülés kapcsolatát vizsgálta. *Benedek–Lelkes* [2006] az egykulcsos adó és a jövedelemeloszlás kapcsolatát tanulmányozta egy mikroszimulációs modell segítségével. *Krekó–Kiss* [2007] a magyar adórendszer és az adóbevallás kapcsolatát elemezte. *Köllő* [2008] többféle statisztika segítségével kísérelt meg a korábbiaknál megalapozottabb és szerényebb becsléseket adni a magyar munkapiac keresetbevallási szokásairól. *Benczúr* [2007] jól összefoglalta a szakirodalmat, *Bakos és szerzőtársai* [2008] pedig a magyar adóköteles jövedelem rugalmasságát becsülték meg a 2005. évi adóváltoztatások alapján.

A cikk szerkezete a következő: a modell bemutatását az analitikus eredmények ismertetése követi, amelyeket számpéldákkal illusztrálunk, következtetéseinkkel zárjuk a tanulmányt.

A modell

Először meghatározzuk a dolgozók egyéni optimumát biztosító keresetbevallásokat és megtakarításokat, majd ennek függvényében meghatározzuk a társadalmi jólét fogalmát.

Hasznosságmaximalizáló dolgozó

Az együttélő nemzedékek modelleszaládjába tartozó modellünkben a következő – véglete-sen leegyszerűsítő, de azért még értelmes – feltevéseket tesszük. A népesség stacionárius, minden fiatal dolgozik, minden idős nyugdíjban van. Minden dolgozó egységnyi ideig dolgozik, minden nyugdíjas μ egységnyi ideig van nyugdíjban, $0 < \mu < 1$. (A valóságban a magasabb keresetűeknek hosszabb az élettartamuk, de ezt a bonyodalmat is elhanyagoljuk.) Bár a legtöbb valóságos rendszer közgazdaságilag értelmetlenül különbséget tesz a munkavállalói és a munkáltatói járulék között, mi nem élünk e feltevessel. Közgazdaságilag a *teljes keresettel* (hivatalosan: teljes bérköltséggel) érdemes dolgozni, jele: w . (Vigyázat: a teljes jelző nem a bevallás mértékére, hanem a kereset fajtájára vonatkozik!) A dolgozó *bevallott keresete* viszont v . Létezik egy törvényes minimálbér: $w_m > 0$, s ennél kevesebbet nem lehet bevallani: $w_m \leq v \leq w$. A dolgozó bevallása τ részét fizeti be tb-járulékként a nyugdíjrendszerbe, $0 \leq \tau < 1$. A nyugdíjrendszer egyensúlyban van: bevételei fedezi kiadásait. Emellett θ ($0 < \theta < 1$) adókulcs szerint a dolgozók θv lineáris béradót is fizetnek, amelyből $\varepsilon > 0$ mindenkinek járó *adó-visszatérítés* vagy negatív érték esetén *fejadó*: $A = \theta v - \varepsilon$. Legegyszerűbb esetben éppen a minimálbér adómentes: $\varepsilon = \theta w_m$. Az adóból az állam egységes egészségügyi és egyéb osztatlan közszolgáltatásokat nyújt a dolgozóknak és a nyugdíjasoknak, és újra elosztja a dolgozók jövedelmét. (Látni fogjuk, hogy e nélkül az általánosítás nélkül a modell nemcsak szükségtelenül távol kerül a valóságtól, de matematikailag is feleslegesen szűk tartományba kerül.)

Modellünkben a dolgozóknak két jellemzőjük van: keresetük (w) és *járulék-, illetve adó-fizetési hajlamuk*, más szóval szegénylősségük foka (p). A dolgozók keresetük és hajlamuk szerint különbözhetnek, típusindexük $i = 1, \dots, I$, ahol az I természetes szám a típusok száma. A rövidség kedvéért gyakran elhagyjuk a típusindexet. Feltesszük, hogy a kereset és a hajlam együttes eloszlását a $w_m \leq w \leq w_x$ és $p_m \leq p \leq p_x$ téglalaprafcson az f_i valószínűségek írják le, esetleg $i = (j, k)$: $\sum_{i=1}^I f_i = 1$. Feltesszük, hogy a (w, p) típusú egyén minden időpontban $v \in [w_m, w]$ keresetet vall be és $s \geq 0$ összeget tesz félre időskorára. (Az úgynevezett *hitelkorlát* itt arra utal, hogy a dolgozó nem tud, vagy nem is akar eladósodva nyugdíjba menni. Vagy ha mégis megengednék negatív megtakarítást, akkor ez után a dolgozónak sokkal nagyobb kamatot kellene fizetnie, mint amennyit a bank fizet a megtakarítás után, s ezért inkább kizárjuk e bonyodalmat.) Ekkorra a megtakarítás időegységre jutó felhasználható értéke ρs -re változik, ahol $\rho > 0$ a magánmegtakarítás hatékonyságával és a nyugdíjas/dolgozó időszak hosszarányával, μ -vel kapcsolatos: ha $\rho = 1/\mu$, akkor a tb-rendszer és a magánmegtakarítás azonos hatékonyságú.

Az életjáradékként fizetett nyugdíj két részből áll: egy $\alpha \geq 0$ *alapnyugdíjból* és a bevalással arányos $\beta v \geq 0$ *munkanyugdíjból*: $b = \alpha + \beta v$. A dolgozó, illetve a nyugdíjas időegységre jutó fogyasztása rendre pozitív és

$$c = w - (\tau + \theta)v + \varepsilon - s \quad \text{és} \quad d = \alpha + \beta v + \rho s.$$

(Természetesen az időegységre jutó d fogyasztással szemben a nyugdíjas össz fogyasztása μd .) Bevezetjük a $t = \tau + \theta < 1$ *elvonási kulcsot*, ennek komplementere a sokat emlegetett *adók*: $1 - t$. Segítségével a fiatalkori fogyasztás a $c = w - tv + \varepsilon - s$ alakot ölti.

Lineáris kereseti adórendszerünkben az életpályára jutó egyéni és átlagosan befizetett adó

$$a = \frac{A}{1 + \mu} = \frac{\theta v - \varepsilon}{1 + \mu}; \quad \bar{a} = \frac{\theta \bar{v} - \varepsilon}{1 + \mu}.$$

Természetesen az átlagos adó nemnegatív: $\bar{a} \geq 0$, sőt általában pozitív: $\bar{a} > 0$. A (w, p) egyén *szubjektív* életpálya-hasznosságfüggvénye négy tagból áll: 1. a c fogyasztású dolgozó $u(c)$ hasznosságából, 2. a d fogyasztású nyugdíjas $\delta\mu u(d)$ hasznosságából, ahol $0 < \delta < 1$ a rövidlátást tükröző leszámítolási együttható, 3. az adóból fedezett közszolgáltatásoknak az egy időegységre és egy főre vetített $q(\bar{a})$ hasznosságából, valamint 4. a keresettől, a típustól és a bevallástól függő $z(w, p, v)$ bevallási hasznosságából (ez utóbbi felel meg elméletileg az *Andreoni és szerzőtársai* [1998] erkölcsi érzelmeinek, amelyeket a bevezetésben említettünk), illetve költségminimalizálásából.

Összegében:

$$\hat{Z}(w, p, v, c, d) = u(c) + \delta\mu u(d) + (1 + \mu)q(\bar{a}) + z(w, p, v). \quad (1)$$

Az $u(\cdot)$, $q(\cdot)$ és a $z(w, p, \cdot)$ függvény egyaránt szigorúan növekvő konkáv és sima függvény.

Helyettesítsük be $\hat{Z}(w, p, v, c, d)$ -be a fogyasztási egyenleteket, és így döntésfüggő hasznosságfüggvényt kapunk:

$$Z(w, p, v, s) = u(w - tv - s + \varepsilon) + \delta\mu u(\alpha + \beta v + \rho s) + (1 + \mu)q(\bar{a}) + z(w, p, v).$$

Az egyén úgy határozza meg a $v(w, p)$ keresetbevallását és az $s(w, p)$ megtakarítását, hogy maximalizálja a $Z(w, p, v, s)$ szubjektív életpálya-hasznosságát. Parciális deriválással meghatározhatjuk az optimális keresetbevallást és megtakarítást.

Laza hitelkorklát (S)

Először egy olyan egyént vizsgálunk, akinek nemcsak a bevallása, hanem a megtakarítása is belső optimum, azaz a *hitelkorklát laza*, jele S (*slack*). Mielőtt deriváljuk a szubjektív hasznosságfüggvényt, hangsúlyozzuk, hogy minden típus nagyon sok és egymástól függetlenül döntő egyént képvisel, tehát egy adott egyén bevallásának hatása az átlagadóra elhanyagolható.

$$Z'_v(w, p, v, s) = -tu'(c) + \delta\mu\beta u'(d) + z'_v(w, p, v) = 0 \quad (2S)$$

és

$$Z'_s(w, p, v, s) = -u'(c) + \delta\mu\rho u'(d) = 0. \quad (3S)$$

(Ha mégis kollektív típusdöntést tételeznénk fel, akkor $q'(\bar{a})f_i\theta$ tagot kellene hozzáadni az első parciális deriválthoz.) Ezen a ponton felhívjuk az olvasó figyelmét, hogy ahol célszerűnek látjuk, ott mindig alkalmazzuk a megfelelő betűjelet az esetszétválasztás jelölésére.

Megfelelő regularitási feltételek esetén az egyenletrendszer a következőképpen oldható meg: (3S)-ből kifejezzük d -t c függvényeként: $d = d(c)$. Behelyettesítve a (3S) feltételt (2S)-be:

$$z'_v(w, p, v) = (t - \beta/\rho)u'(c), \quad (4S)$$

ahonnan v is kifejezhető: $v = v(c)$. (Ha kihagynánk az adórendszert: $\theta = 0$, és azonosnak vesszük a megtakarítás és a nyugdíjrendszer hatékonyságát: $\rho = 1/\mu$, akkor (4S) jobb oldala eltűnne, vagyis a keresetbevallás függetlenedne a nyugdíjrendszertől!)

Ahhoz, hogy c -t az egyéni jellemzők függvényében kifejezhessük, még ki kell ejteni s -t. Elosztva a d egyenletét ρ -val és hozzáadva c egyenletéhez, s kiesik, így

$$c + d(c)/\rho = \alpha\rho + w - (t - \beta/\rho)v(c) + \varepsilon \quad (5S)$$

adódik, ahonnan c elvileg meghatározható (w, p) függvényeként: $c = c^S(w, p)$. Visszahelyettesítéssel adódik $d = d^S(w, p)$, $v = v^S(w, p)$ és $s = s^S(w, p)$.

Feszés hitelkorlát (B)

Mi történik, ha a fenti optimális megtakarítás negatívnak adódik? Akkor *feszessé* válik a hitelkorlát: $s = 0$, jele B (*binding*). Emiatt (3S) helyett

$$Z'_s(w, p, v, 0) = -u'(c) + \delta\mu\rho u'(d) < 0 \quad \text{esetén} \quad s = 0 \quad (3B)$$

áll. Következésképpen a bevallás optimumfeltétele most

$$Z'_v(w, p, v, 0) = -tu'(w - tv + \varepsilon) + \delta\mu\beta u'(\alpha + \beta v) + z'_v(w, p, v) = 0, \quad (2B)$$

ahonnan v közvetlenül kifejezhető az egyéni jellemzők függvényében: $v = v^B(w, p)$.

Végül (3S) és (5S) a következőképpen módosul:

$$c^B(w, p) = w - tv^B(w, p) + \varepsilon \quad \text{és} \quad d^B(w, p) = \alpha + \beta v^B(w, p). \quad (5B)$$

A fogyasztáspár nemnegativitását a hasznosságfüggvények szokásos tulajdonságai automatikusan biztosítják. A bevallás nulla alsó és w felső korlátjára is ügyelni kell: $w_m \leq v \leq w$.

Makrokeret

Eddig egyetlenegy dolgozótípust vizsgáltunk, pedig a valóságban sokféle típus létezik. A típusok jellemezhetők keresetükkel: w_i , bevallási hajlandóságukkal: p_i , de különbözhetnek leszámítolási tényezőjükben és várható élettartamukban: $i = 1, \dots, I$. Az egyszerűség kedvéért e két utóbbi tényezőt állandónak vesszük. (Feldsteinnél éppen a leszámítolási tényezők heterogenitása a modell alapja.) Adósak vagyunk még az átlagos bevallás meghatározásával:

$$\bar{v} = \sum_{i=1}^I f_i v_i, \quad (6)$$

ahol v_i vagy v_i^S vagy v_i^B , valamint \bar{v} függ $(\alpha, \varepsilon, \theta, \tau, \beta)$ -től.

Feltesszük, hogy a nyugdíjrendszer egyensúlyban van, tehát adott $(\alpha, \varepsilon, \theta, \tau)$ nemnegatív paraméternégyeshez olyan $\beta \geq 0$ járadékulcsot keresünk, amelyre – (6) jelölését használva – teljesül

$$\tau\bar{v} = \mu(\alpha + \beta\bar{v}). \quad (7)$$

Fontossága miatt kiemeljük a *tiszta alapnyugdíjrendszert*, amikor $\beta = 0$, a hozzá tartozó (maximális) alapnyugdíjat α_0 -val jelöljük.

$$\tau\bar{v} = \mu\alpha_0. \quad (7^\circ)$$

Felhívjuk a figyelmet a következő bonyodalomra: az arányos nyugdíjrendszer kivételével, adott típus hitelkorlátjának lazasága vagy feszsége függ a nyugdíjrendszer járadékkulcsának, β -nak az értékétől, amely viszont (6) és (7) értelmében attól függ, hogy mely típusok lazák, és melyek feszesek.

Itt szólnak a kormányzat jólét-maximalizáló feladatáról. Kiindulásul a (w_i, p_i) egyén paternalista *objektív* életpálya-hasznosságfüggvénye szolgál:

$$U(c_i, d_i, \bar{a}) = u[c(w_i, p_i)] + \mu u[d(w_i, p_i)] + (1 + \mu)q(\bar{a}) + z(w_i, p_i, v_i), \quad (8)$$

ahol az időskori fogyasztás leszámítolása eltűnik, a közszolgáltatás hasznossága változatlan.

A társadalmi jóléti függvény az objektív egyéni hasznosságok várható értéke. A kormány olyan $(\alpha, \varepsilon, \theta, \tau, \beta)$ ötöst keres, amely – (6) és (7) mellett – maximalizálja a társadalmi jólétet, amelynek képlete

$$V(\alpha, \varepsilon, \theta, \tau, \beta) = \sum_{i=1}^I f_i U(c_i, d_i, \bar{a}). \quad (9)$$

Vagy ha ez a jólét-maximalizálási feladat túl bonyolult, akkor legalább két kívülről adott nyugdíjrendszert egyértelműen rangsorolhatunk a jóléti függvény segítségével.

Rászorultsági nyugdíj (M)

Végül ki kell térnünk a *rászorultsági* nyugdíjra is, jele M (*means-tested*). A kiindulás egyszerű: minél kisebb az alapnyugdíj aránya a teljes nyugdíjban, annál nagyobb a veszély, hogy a kiskeresetűek nyugdíja elviselhetetlenül kicsiny. Ezen a bajon részben segít az egész nyugdíjszint emelése. Valóban, általános megfigyelés szerint, minél arányosabb a nyugdíj a bevallott keresettel, annál nagyobb a nyugdíjrendszer mérete (vö. *Koethenbuenger és szerzőtársai* [2008]). De éppen egy bevalláskerülő rendszerben a járulékkulcs emelésének komoly korlátai vannak, és gyakran érdemesebb lehet rászorultsági nyugdíjat bevezetni. Ez kétélű fegyver: egyrészt csökkenti a terheket, másrészt megszünteti a kapcsolatot a kiskeresetű dolgozó nyugdíjbefizetése és nyugdíja között, s ezáltal aláássa a befizetési érdemességét.

Legyen γ a rászorultsági nyugdíj értéke! Ekkor a korábban definiált $b = \alpha + \beta v$ nyugdíj helyére

$$b^{(M)} = \max[\alpha + \beta v, \gamma]$$

lép. Természetesen a kormányzatnak a gyakorlatban olyan γ értéket célszerű választania, hogy a kiskeresetűt megmentse a nyomortól – legalább akkora legyen, mint az alapnyugdíjrész: $\gamma \geq \alpha -$, de ne legyen túlságosan vonzó a nagyobb keresetű „titkolózó” típusoknak. Vagy ha ez nehézkes, akkor külső jegyek (például a megtakarítás) alapján kell kizárni a potyautasokat (vö. *Simonovits* [2008]).

Ennek a rendszernek az optimumfeltételét meglehetősen bonyolult felírni, hiszen a laza és a feszes hitelkorlát mellett meg kell különböztetnünk, hogy a (w, p) típus a „rendes” nyugdíjat kapja-e vagy a rászorultságit. Az utóbbi esetben az optimális keresetbevallás egyenletében $\beta = 0$ -val kell számolni, a nyugdíjpótlás $\gamma - \alpha - \beta v > 0$ összegét más dolgozók fizetik, és a (7) makroegyensúlyi egyenlet is megfelelően módosul:

$$\tau \bar{v} = \mu(\alpha + \beta \bar{v}) + \mu \sum_{i=1}^I f_i [\gamma - \alpha - \beta v_i]_+, \quad (7M)$$

ahol x_+ az x valós szám pozitív része: $x_+ = x$, ha $x \geq 0$, $x_+ = 0$, ha $x < 0$. Gyakran arányos nyugdíjrendszert egészítenek ki rászorultsággal: $\alpha = 0$. Egyelőre túl nehéznek látszik az általános feladat elemzése, helyette nagyon egyszerű analitikus példákat vizsgálunk.

Analitikus eredmények

A következőkben olyan egyszerű eseteket vizsgálunk, amelyek legalább részben analitikusan elemezhetők. A részletek iránt közömbösek veszteség nélkül kihagyhatják ennek a fejezetnek az olvasását.

Logaritmikus hasznosságfüggvények

Tekintsük a következő egyszerű logaritmikus hasznosságfüggvény-hármaszt (vö. *Feldstein* [1987]), amelyet a második esetben egy lineáris taggal egészítünk ki:

$$u(c) = \log c, \quad z(w, p, v) = p(\log v - v/w), \quad q(\bar{a}) = \kappa \log \bar{a},$$

ahol p a *bevallási hajlam* és κ a *közkiadások hasznossági paramétere*.

Azért kellett a népszerű logaritmikus függvényt egy megfelelő lineáris taggal kiegészíteni, hogy a bevallás legalább a társadalmilag optimális esetben ne haladja meg a keresetet (lásd később). Hamarosan látni fogjuk, hogy a hasznosságfüggvény-család megfelelő megszorítás mellett jól viselkedik, és nagyobb hajlamhoz nagyobb bevallás tartozik. (*Andreoni és szerzőtársai* [1998], valamint *Lackó* [2006] szerint a bevallási hajlam erősen függ attól, mennyire tartják hasznosnak az állampolgárok a közkiadásokat.)

A deriváltak $u'(c) = 1/c$, $z'_v(w, p, v) = p(1/v - 1/w)$, $q'(\bar{a}) = \kappa/\bar{a}$, mindhárman pozitívak és csökkenők a megengedett tartományban, a középső esetben $v < w$ esetén.

További egyszerűsítésként (például *Cremer és szerzőtársai* [2007]) feltesszük, hogy az önkéntes és a kényszermeztakarítás hatékonysága azonos: $\rho = 1/\mu$. Mások (például *Feldstein* [1987]) kikötik, hogy a magánnyugdíj hatékonysága nagyobb, mint a tb-é: $\rho > 1/\mu$, de az életjáradék nyújtotta többlehasznosságot figyelembe véve, érvelhetünk elentétesen is: $\rho < 1/\mu$.

Ismét megkülönböztetjük a laza és a feszes hitelkorlát esetét, de egyelőre elhanyagoljuk a (7) makromérleget.

Laza hitelkorlát

Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor a hitelkorlát nem hat. Bevezetve a $t_1 = t - \mu\beta$ jelölést, (3S) és (4S) szerint

$$d(c) = \delta c \quad \text{és} \quad v(c) = \frac{pwc}{pc + t_1 w}, \quad t > \mu\beta. \quad (10S)$$

Behelyettesítve (10S)-t (5S)-be:

$$c + \delta\mu c + \frac{t_1 pwc}{pc + t_1 w} = w + \mu\alpha + \varepsilon. \quad (12S)$$

Ez másodfokú egyenlet c -re:

$$h_2 c^2 + h_1 c + h_0 = 0,$$

ahol

$$h_2 = p(1 + \mu\delta), \quad h_1 = t_1(1 + \mu\delta)w + t_1pw - p(w + x\mu\alpha + \varepsilon), \quad h_0 = -t_1w(w + x\mu\alpha + \varepsilon).$$

Megfelelő specifikáció mellett az egyenletnek éppen egy pozitív gyöke van a $[w_m, w]$ intervallumban.

Fesztes hitelkorlát

Most rátérünk a feszes hitelkorlát esetére. (2B) értelmében az optimális bevallás egyenlete

$$Z'_v(w, p, v, 0) = -\frac{t}{w - tv + \varepsilon} + \frac{\delta\mu\beta}{\alpha + \beta v} + \frac{p}{v} - \frac{p}{w} = 0. \quad (13B)$$

Ez az egyenlet v -ben harmadfokú, amely ugyan zárt alakban megoldható, de analitikusan kezelhetetlen. Egyenletünk két esetben egyszerűsödik másodfokúra, 1. a tiszta arányos nyugdíj és 2. a tiszta alapnyugdíj esetén:

$$-\frac{t}{w - tv + \varepsilon} + \frac{\delta\mu + p}{v} - \frac{p}{w} = 0; \quad \text{ha} \quad \alpha = 0; \quad (13B1)$$

illetve

$$-\frac{t}{w - tv + \varepsilon} + \frac{p}{v} - \frac{p}{w} = 0; \quad \text{ha} \quad \beta = 0. \quad (13B2)$$

Egyébként változatlan paraméterértékek esetén e két egyenlet összehasonlításából látható, hogy adott paraméterértékeknel az arányos rendszerben nagyobb a bevallás, mint az alapnyugdíjasban.

A (13B1) másodfokú egyenletet explicit módon megoldjuk:

$$e_2v^2 + e_1v + e_0 = 0,$$

ahol

$$e_2 = pt, \quad -e_1 = tw + (p + \mu\delta)w + p(w + \varepsilon), \quad e_0 = (p + \mu\delta)(w + \varepsilon)w.$$

Vegyük észre, hogy $Z'_v(w, p, 0, 0) = \infty$, de valójában $v \geq w_m$ miatt $Z'_v(w, p, w_m, 0) \geq 0$ -t kellene kikötnünk. Következésképp a megengedett $v \in [w_m, w]$ gyök létezéséhez elég kikötni, hogy

$$Z'_v(w, p, w, 0) - \frac{t}{w - tw + \varepsilon} + \frac{\delta\mu\beta}{\alpha + \beta w} \leq 0.$$

Ez az egyenlőtlenség a megengedett paramétereknek egy másik tartományát határozza meg, mint laza megfelelője.

Azt, hogy az S laza vagy a B feszes hitelkorlát érvényes, a legegyszerűbben a $d^B > \delta c^B$ egyenlőtlenség ($Z'_s < 0$) ellenőrzésével állapíthatjuk meg:

$$\frac{\delta}{\alpha + \beta v^B} < \frac{1}{w - tv^B + \varepsilon}.$$

Ezen a ponton újra visszatérünk a rászorultsági nyugdíjhoz, mégpedig ahhoz a fontos esethez, amikor arányos nyugdíjat egészít ki: $\alpha = 0$. Szorítkozzunk a legegyszerűbb esetre, amikor is két típus van: w_L és w_H keresettel, $w_L < 1 < w_H$. Legyen a rászorultsági küszöb az arányos rendszer két nyugdíja között: $\mu^{-1}\tau v_L^{(P)} < \gamma < \mu^{-1}\tau v_H^{(P)}$. Ekkor az L típus kap rászorultsági nyugdíjat, a H típus nem. Laza esetben a költségvetési korlát rendre

$$c_L + \delta\mu c_L + \frac{tpw_L c_L}{pc_L + tw_L} = w_L + \mu\gamma + \varepsilon \quad (12SML)$$

és

$$c_H + \delta\mu c_H + \frac{tpw_H c_H}{pc_H + (t - \mu\beta)w_H} = w_H + \varepsilon. \quad (12SMH)$$

Fesztes esetben viszont (13B1) vonatkozik H -ra, és (13B2) L -re.

A (v_L, v_H) bevalláspár ismeretében a

$$\tau (f_L v_L + f_H v_H) = \mu (f_L \gamma + f_H \beta v_H)$$

mérlegegyenlethől feltételeesen meghatározható a β . Ugyanakkor a β ismeretében nemlineáris egyenletrendszerünkben meghatározható a (c_i, v_i, d_i, s_i) négyes, $i = L, H$ -ra. Szerencsés esetben létezik konzisztens megoldás.

Meghatároztuk az egyéni feltételes döntéseket és releváns változókat. Olyan bonyolultak a képletek, hogy reménytelennek tűnik az egyensúlyi, és különösen a társadalmilag optimális paraméterértékek analitikus meghatározása.

Fehérgazdaság

Mielőtt feladnánk minden reményünket az analitikus elemezhetőségről, határesetként érdemes a *fehérgazdaságot* vizsgálni, ahol minden dolgozó minden keresetét bejelenti: $p = \infty$, azaz $v = w$. Ekkor (12S) a $c + \delta\mu c = \mu\alpha(1 - w) + \varepsilon + w(1 - \theta)$ lineáris egyenletre egyszerűsödik, azaz

$$c^S = \frac{\mu\alpha(1 - w) + \varepsilon + w(1 - \theta)}{1 + \delta\mu} \quad \text{és} \quad d^S = \delta c^S. \quad (14S)$$

Hasonlóan, (5B) egyszerűsített alakja

$$c^B = (1 - \tau - \theta)w + \varepsilon, \quad d^B = \alpha + (\mu^{-1}\tau - \alpha)w \quad \text{és} \quad a^B = \frac{\theta w - \varepsilon}{1 + \mu}. \quad (14B)$$

Mindkét esetben $\bar{v} = 1$ miatt a két mérlegfeltétel is egyszerűsödik: $\mu(\alpha + \beta) = \tau$ és $\bar{a} = (\theta - \varepsilon)/(1 + \mu)$. Könnyű belátni, hogy a hitelkorlát akkor és csak akkor feszes, ha

$$\alpha(1 - w) > \delta[(1 - \tau - \theta)w + \varepsilon] - \mu^{-1}w.$$

Egyenlőtlenségünkben rögtön leolvasható, hogy alapnyugdij ($\alpha > 0$) esetén csak az átlag alatt keresőknek ($w < 1$) lehet feszes a hitelkorlátjuk, de nekik is csak megfelelően nagy α és τ esetén.

Vegyük észre, hogy a közösségi és a magánmegtakarítás tökéletes helyettesíthetőségét kimondó feltevésünk szerint a laza rendszer optimális változói függetlenek a járulékkulcs-tól, legalábbis a kiskeresetűnél. Emiatt a társadalmi optimum keresésénél gyakran elegendő a feszes rendszert vizsgálni.

Egyelőre arányos transzferrendszerre szorítkozva, a fehérgazdaságban analitikusan is tanulmányozható a társadalmilag optimális járulék- és adókulcs. Jelölési egyszerűsítés-ként az átlagkeresőre és eleve feszes hitelkorlátra szorítkozunk, és a

$$V(\tau, \theta) = \log(1 - \tau - \theta) + \mu \log(\mu^{-1}\tau) + \kappa^* \log(\theta), \quad \text{ahol} \quad \kappa^* = (1 + \mu)\kappa$$

függvényt elemezzük. A parciális deriváltakat nullává téve, és a kapott kétismeretlenes, két lineáris egyenletből álló rendszert megoldva, adódik az optimum:

$$\tau^\circ = \frac{1}{1 + \mu^{-1}(1 + \kappa^*)} \quad \text{és} \quad \theta^\circ = \frac{\mu^{-1}\kappa^*}{1 + \mu^{-1}(1 + \kappa^*)}.$$

Mi a helyzet, ha feloldjuk arányossági feltevésünket, és megengedjük, hogy $\alpha > 0$ vagy $\varepsilon > 0$? Meglehető eredményt kapunk. Visszatérve a rázorultsági rendszer kapcsán már tárgyalt kéttípusú modellhez, ahol w_L a kis kereset, és w_H a nagy kereset, megvalósítható az abszolút optimum: $c_H^\circ = d_H^\circ = c_L^\circ = d_L^\circ$. Egyelőre zárjuk ki a közszolgáltatásokat ($\kappa = 0$), és vegyük figyelembe $\alpha = \mu^{-1}\tau$ összefüggést a $c_H = c_L$, $c_L = d_L$ és $c_H = d_H$ egyenletekben. Az így adódó

$$\tau + \theta = 1 \quad \text{és} \quad w_H = (w_H + \mu^{-1})\tau + (w_H - 1)\theta$$

egyenletrendszer megoldása adja az optimális járulék- és adókulcsot:

$$\tau^\circ = \frac{1}{1 + \mu^{-1}} \quad \text{és} \quad \theta^\circ = \frac{\mu^{-1}}{1 + \mu^{-1}}.$$

Ha figyelembe akarjuk venni a közszolgáltatásokat is ($\kappa > 0$), akkor csökkenteni kell az optimális járulékkulcsot, és az adókulcsban jelentkező többletből kell fedezni e szolgáltatásokat. Legyen $\omega = \theta - \varepsilon$ a nettó adókulcs. Ekkor $c^\circ = d^\circ = (1 - \omega)/(1 + \mu)$ és $a^\circ = \omega/(1 + \mu)$. A társadalmi jóléti függvény most egybeesik a hasznosságfüggvénnyel. Elhagyva a logaritmusbeli változók $1 + \mu$ nevezőjét és ugyanakkora szorzóját, a $g(\omega) = \log(1 - \omega) + \kappa \log \omega$ képletet kapjuk.

Deriválva a $g(\omega)$ kifejezést, és kifejezve az optimális nettó kulcsot $g'(\omega) = 0$ -ból, adódik

$$\omega^\circ = \frac{\kappa}{1 + \kappa}, \quad \tau^\circ = \frac{1 - \omega^\circ}{1 + \mu^{-1}} = \frac{1}{(1 + \kappa)(1 + \mu^{-1})}, \quad \text{és} \quad \theta^\circ = \mu^{-1}\tau^\circ.$$

Feketegazdaság

Feketegazdaságról beszélünk, ha a dolgozók csupán a minimálbérnek megfelelő keresetet (w_m -et) vallják be. Ekkor felesleges a nyugdíjrendszerrel bajlódni, és az adó-visszatérítésről is lemondhatunk: $\tau = 0$, $\varepsilon = 0$. Ezért csak a laza hitelkorlát érdekes:

$$c^S = \frac{w - \theta w_m}{1 + \mu\delta}, \quad d^S = \delta c^S \quad \text{és} \quad a^S = \frac{\theta w_m}{1 + \mu}. \quad (15S)$$

Ebben az esetben is tanulmányozható analitikusan a társadalmilag optimális adókulcs. A logaritmusos hasznosságfüggvény miatt elhagyhatjuk az állandó nevezőket, és az $(1 + \mu)$ közös szorzót. Így V helyett a

$$g(\theta) = \sum_{i=1}^I f_i \log(w_i - w_m\theta) + \kappa \log(w_m\theta)$$

függvényt elemezzük. Deriválással adódik az egyértelműen meghatározott belső adókulcs-optimum egyenlete:

$$-\sum_{i=1}^I f_i \frac{w_m}{w_i - w_m\theta} + \frac{\kappa}{\theta} = 0.$$

Közös nevezőre hozva a törteket, egy I -edfokú polinomot kapunk. Szemléltetésül vegyük az $I = 1$ esetet, ahol – elhagyva az indexet – megállapodás szerint $w = 1$, $f = 1$:

$$-\frac{w_m}{1-w_m\theta} + \frac{\kappa}{\theta} = 0, \quad \text{és} \quad \theta^\circ = \frac{\kappa}{(1+\kappa)w_m}.$$

Természetesen a valóság sem nem fehér, sem nem fekete, hanem szürke. Jó lenne, ha a két véglethez hasonlóan egyszerű megoldásokkal dicsekedhetnénk, de nem ez a helyzet.

Itt az ideje, hogy bekapcsoljuk a számítógépünket!

Numerikus szemléltetés

Vizsgálatunkat numerikus szemléltetéssel folytatjuk. Feltesszük, hogy a nyugdíjban töltött idő fele a munkával töltött időnek: $\mu = 0,5$; a szubjektív leszámítolási tényező $\delta = 0,5$, és a magánmegtakarítás hozama $\rho = 2$, azonos a társadalombiztosítás implicit hozamával: $1/\mu = 1/0,5$. Először eltekintünk az adó- és nyugdíjrendszeren belüli újraelosztástól: $\varepsilon = 0$, $\alpha = 0$. Kísérletezés után a közszolgáltatások hasznossági együtthatójául a $\kappa = 1/3$ paraméterértéket választottuk, $\kappa^* = (3/2) \times (1/3) = 1/2$. Ez biztosítja, hogy a fehérgazdasági futások valóságsszagúak legyenek: a járulék- és az adókulcs hasonló nagyságú legyen, itt $0,25-0,25$. Ekkor az egységnyi keresetű dolgozó optimális fogyasztáspárja $c = d = 0,5$, s emellett $a = (1/4)/(3/2) = 1/6 \approx 0,167$ egység adót fizet időegységenként. Ha bekapcsoljuk az újraelosztást, akkor az optimális járulék- és adókulcs $\tau^\circ = 1/4$, $\theta^\circ = 3/4$, az újraelosztási jövedelmek $\alpha = 1/2 = \varepsilon$ – mindez nyilvánvalóan irreális modellünk következménye.

A feketegazdaságban $\kappa = 1/3$ és $w_m = 0,4$ esetén $\theta^\circ = (1/3)/[(1 + 1/3) \times 0,4] = 1/(4 \times 0,4) = 0,625$ – nagyon magas érték. Lehetséges, hogy a feketegazdaságban κ jóval kisebb, mint a fehérgazdaságban, és ekkor az optimális adókulcs is megfelelően csökken.

Rátérünk a különféle árnyalatú szürkegazdaságokra. Mindenekelőtt arra vagyunk kíváncsiak, hogyan hat a p bevallási hajlam az egyéni viselkedésre. Egyelőre rögzítjük az arányos optimális adó- és járulékkulcsot: $\tau = 0,25$ és $\theta = 0,25$.

A 2. táblázatból látható, hogy a bevallási hajlandóság növelésével nő a bevallás is, csökken a fiatalkori fogyasztás. Bonyolultabban változik az időskori fogyasztás: csökken a laza rendszerben (gyenge hajlam esetén), és nő a feszes rendszerben (erős hajlam esetén). A fehérgazdaságot az utolsó sor jeleníti meg. Az elválasztó hajlam $p^* = 0,75$, ahol s éppen 0-vá válik, ezt a sort dőlt számokkal jelöljük.

2. táblázat

Bevallási hajlamok és kulcsok bevallásarányos nyugdíjnál, $w = 1$

Bevallási hajlam	Kereset-bevallás	Nyugdíj	Megtakarítás	Fiatalkori fogyasztás	Időskori fogyasztás	Adó
p	$v^{(p)}$	$b^{(p)}$	$s^{(p)}$	$c^{(p)}$	$d^{(p)}$	$a^{(p)}$
0,25	0,417	0,209	0,075	0,717	0,358	0,070
0,50	0,578	0,289	0,027	0,684	0,342	0,096
0,75	0,667	0,333	0	0,667	0,333	0,111
1,00	0,705	0,353	0	0,647	0,353	0,118
1,50	0,759	0,379	0	0,621	0,379	0,126
2,00	0,795	0,398	0	0,602	0,398	0,133
4,00	0,870	0,435	0	0,565	0,435	0,145
5,00	0,890	0,445	0	0,555	0,445	0,148
∞	1,000	0,500	0	0,500	0,500	0,167

Idáig azonos kereseteket tételeztünk fel, a további numerikus számításokban egyszerű diszkrét eloszlással dolgozunk, két kereseti típussal: w_L és w_H , ahol $w_H = (1 - f_L w_L)/f_H$ eloszlás, $2/3-1/3$ valószínűséggel. A hatás kiemelésére meglehetősen szélsőséges eloszlást választunk: $w_L = 0,5$ és $w_H = 2$.

Számítógépes programmal meghatározzuk az adott nagyságú alapnyugdíjjal kiegészített optimális rendszer paraméterértékeit sötét- és világosszürke gazdaságban. Eredményeinket a 3. és a 4. táblázat tartalmazza.

3. táblázat

Az alapnyugdíjat kiegészítő optimális rendszer – sötétszürke gazdaság ($p = 0,5, \varepsilon = 0$)

Alapnyugdij	Nyugdijjárulékkulcs	Adókulcs	Marginális helyettesítés	Átlagbevallás	Átlagadó	Társadalmi jólét
α	τ	θ	β	\bar{v}	\bar{a}	V
0,00	0,22	0,28	0,440	0,547	0,102	-3,108
0,04	0,35	0,29	0,620	0,500	0,097	-3,113
0,08	0,37	0,29	0,568	0,466	0,090	-3,124
0,12	0,36	0,29	0,447	0,439	0,085	-3,140
0,16	0,36	0,29	0,331	0,411	0,079	-3,161
0,20	0,35	0,29	0,181	0,385	0,074	-3,185

A 3. táblázatból látható, hogy minél nagyobb az alapnyugdij, annál kisebb a bevallott keresetek átlaga, és ennek következtében annál kisebb a társadalmi jóléti függvény értéke – feltéve, hogy a kormányzat a többi adókulcsot optimálisan választja. A skaláris értékek különbségének nincs sok értelme, inkább a *fogyasztási ekvivalenciával* mérhetjük a romlást. Legyen $e > 1$ olyan valós szám, amellyel megszorozva a két típus keresetét, az $\alpha = 0,2$ -hez tartozó jólét értéke megegyezik az eredeti arányos rendszerével: $e = 1,03$ értéket kapjuk, azaz 3 százalékkal kellene megnövelni a kereseteket, hogy az alapnyugdijas kiegészítés ne rontson a társadalmi jóléten.

Külön felhívjuk az olvasó figyelmét arra, hogy ellentétben modellünkkel, a valóságban az alapnyugdij növekedésekor csökken a nyugdíjjarulékok.

A világosszürke gazdaságban bonyolultabb a helyzet (4. táblázat), körülbelül $\alpha = 0,32$ alapnyugdij esetén (dőlt sor) maximális az optimálisan kiegészített rendszer társadalmi jóléti függvénye. Most egységesen 2,1 százalékkal kellene az arányos rendszer keresetét növelni ahhoz, hogy ne változzék a maximális jólét.

4. táblázat

Az alapnyugdíjat kiegészítő optimális rendszer – világosszürke gazdaság ($p = 2$ és $\varepsilon = 0$)

Alapnyugdij	Nyugdijj- jarulékkulcs	Adókulcs	Marginális helyettesítés	Átlagbevallás	Átlagadó	Társadalmi jólét
α	τ	θ	β	\bar{v}	\bar{a}	V
0,00	0,26	0,26	0,520	0,782	0,136	-4,835
0,20	0,22	0,27	0,172	0,746	0,134	-4,779
0,24	0,21	0,27	0,094	0,735	0,132	-4,772
0,28	0,20	0,27	0,013	0,724	0,130	-4,767
0,32	0,22	0,28	0	0,707	0,132	-4,755
0,36	0,25	0,26	0	0,703	0,122	-4,760
0,40	0,28	0,24	0	0,699	0,112	-4,773

Az 5. táblázatban részletezzük a 3. és a 4. táblázatban közölt négy optimális megoldást, nevezetesen az arányos és adott alapnyugdíj esetén, sötét- és világosszürke gazdaságra. (Az utolsó blokk a hamarosan ismertetendő rászorultsági rendszert részletezi.) Az összehasonlíthatóság kedvéért az életpálya-hasznosságokat négy részre bontjuk: 1. fiatalkori fogyasztás hasznossága, 2. időskori fogyasztás hasznossága, 3. adózás hasznossága és 4. bevallás hasznossága.

5. táblázat

Optimális rendszerek összehasonlítása heterogén kereseteknél

Kereset w	Bevallás v	Fiatalkori fogyasztás c	Időskori fogyasztás d	Megtakarítás s	Életpálya-hasznosság			
					fiatalkori $U1$	időskori $U2$	közszolgálati $U3$	bevallási $U4$
Sötétszürke gazdaság, arányos nyugdíj, $p = 0,5$								
0,5	0,274	0,339	0,169	0,024	-1,083	-0,888	-1,140	-0,922
2,0	1,095	1,355	0,677	0,098	0,304	-0,195	-1,140	-0,228
Sötétszürke gazdaság, alapnyugdíjjal kiegészítve, $p = 0,5$, $\alpha = 0,2$								
0,5	0,198	0,373	0,236	0,000	-0,986	-0,722	-1,299	-1,008
2,0	0,760	1,346	0,673	0,168	0,297	-0,198	-1,299	-0,327
Világosszürke gazdaság, arányos nyugdíj, $p = 2,0$								
0,5	0,391	0,297	0,203	0,000	-1,215	-0,796	-0,999	-3,442
2,0	1,564	1,187	0,813	0,000	0,171	-0,103	-0,999	-0,669
Világosszürke gazdaság, alapnyugdíjjal kiegészített, $p = 2,0$, $\alpha = 0,32$								
0,5	0,360	0,320	0,320	0,000	-1,139	-0,570	-1,013	-3,484
2,0	1,400	1,168	0,584	0,132	0,155	-0,269	-1,013	-0,727
Világosszürke gazdaság, rászorultsági nyugdíj, $p = 2,0$, $\gamma = 0,32$								
0,5	0,360	0,320	0,320	0,000	-1,139	-0,570	-0,991	-3,484
2,0	1,497	1,141	0,571	0,110	0,132	-0,281	-0,991	-0,690

Kezdjük a sötétszürke gazdasággal! Látható, hogy az optimális arányos nyugdíjrendszerben szinte az összes változó keresetarányos. A kiskeresetűek nyugdíja s ennek folytán az időskori fogyasztása elviselhetetlenül kicsiny: $d_L^{(P)} = 0,169$. Az alapnyugdíj bevezetése ezt a bajt enyhíti: $d_L^{(F)} = 0,236$, de annyira lerontja a bevallási fegyelmet, hogy a közszolgálatok legyengülnek, miközben a bevallási veszteség megugrik. Mindazonáltal részletes számításokat igényel az összehasonlítás.

A világosszürke gazdaságban az alapnyugdíj bármely értéke esetén az adóbefizetések jóval nagyobbak, mint a sötétszürke gazdaságban (70-80 százalék). Bár az optimális arányos nyugdíjrendszerben a kiskeresetű időskorú fogyasztása nagyobb, mint a sötétszürkében volt, még mindig elégtelen: $d_L^{(P)} = 0,203$. Az $\alpha = 0,32$ alapnyugdíjjal kiegészített optimális rendszerben a $d_L^{(F)} = 0,32$ -re ugrik, ami már elviselhető. Eközben az átlagos adóbevallás is elfogadható marad, emiatt a közszolgáltatások és a bevallási veszteség is tűrhető.

A rászorultsági rendszer numerikus elemzésekor programozási nehézségek lépnek fel, ezért csak a világosszürke gazdaság optimális alapnyugdíjas rendszerével hasonlítjuk össze rászorultsági rendszerünket, átvéve az alapnyugdíjas rendszer járulék- és adókulcsát, illetve nyugdíjminimumát. Mivel az összesített adatok korábban nem szerepeltek, itt megadjuk őket: $V^{(M)} = -4,731$, csak a számítási hibán belül jobb, mint az optimális alapnyugdíjas. Az átlagos bevallás $\bar{v} = 0,739 > 0,707$, szintén nagyobb, mint az alapnyugdíjasé. Ekvivalencia-

skálán mérve, 0,6 százalékkal kell növelni a kereseteket az optimális alapnyugdíjas rendszerben ahhoz, hogy ugyanolyan jólétet nyújtson, mint a (nem optimális) megfelelő rászorultsági rendszer. Az optimális rendszer paraméterértékeit még nem sikerült kiszámítani!

Következtetések

Felállítottunk egy olyan modellt, amelyben – az átmeneti és fejlődő gazdaságokra jellemzően – az adó- és nyugdíjrendszer a keresetbevallásra és nem a munkakináltra hat. Elvégeztük a modellen az első elméleti és numerikus számításokat. Az eredmények elfogadhatónak tűnnek, de rengeteg további analitikus érvelésre és numerikus számításra van szükség ahhoz, hogy az ideiglenes következtetést elfogadjuk: jelentősebb alapnyugdíj bevezetése elszívja a levegőt a közszolgáltatások finanszírozása elől, különösen a kis bevallási hajlandóságú gazdaságokban, mint amilyen a miénk. De a világosabb gazdaságokban is marad hely az arányos rendszereknek, csak rászorultsági nyugdíjjal kell kiegészíteni őket. Ugyancsak vizsgálatot igényel a progresszív keresetadó (amely cikkünkben csupán a fehérgazdaságban jelent meg) és a különböző bevallási hajlandóságú típusok kölcsönhatása (vö. *Simonovits* [2008]).

Hivatkozások

- AKERLOF, G. A. [1978]: The Economics of “Tagging” as Applied to the Optimal Income Tax, Welfare Programs and Manpower Planning. *American Economic Review*, 68. 8–19. o.
- ALÁCS PÉTER [2004]: Optimális loglineáris ösztönzés megoldása numerikus módszerekkel. *Közgazdasági Szemle*, 51. évf. 11. sz. 1029–1047. o.
- ALLINGHAM, M.–SANDMO, A. [1972]: Income Tax Evasion. A Theoretical Analysis. *Journal of Public Economics*, 1. 323–338. o.
- ANDREONI, J.–ERARD, B.–FEINSTEIN, J. [1998]: Tax Compliance. *Journal of Economic Literature*, 36. 818–860. o.
- ATKINSON, A. B.–STIGLITZ, J. E. [1980]: *Lectures on Public Economics*. McGraw Hill, Maidenhead.
- AUGUSZTINOVICS MÁRIA [2005]: Népeség, foglalkoztatás, nyugdíj. *Közgazdasági Szemle*, 52. évf. 4. sz. 429–447. o.
- AUGUSZTINOVICS MÁRIA–KÖLLŐ JÁNOS [2007]: Munkaerő-piaci pálya és nyugdíj. *Közgazdasági Szemle*, 54. évf. 6. sz. 529–559. o.
- AUGUSZTINOVICS MÁRIA–GYOMBOLAI MÁRTON–MÁTÉ LEVENTE [2008]: Járulékfizetés és nyugdíj-jogosultság. *Közgazdasági Szemle*, 55. évf. 665–689. o.
- BAKOS PÉTER–BENCZÜR PÉTER–BENEDEK DÓRA [2008]: Az adóköteles jövedelem rugalmassága. Becslés és egy egykulcsos adórendszerre vonatkozó számítás a 2005. évi adóváltoztatások alapján. *Közgazdasági Szemle*, 55. évf. 9. sz. 733–762. o.
- BARR, N.–DIAMOND, P. [2008]: *Reforming Pensions: Principles and Policy Choices*. Oxford University Press, Oxford.
- BENCZÜR PÉTER [2007]: Az adókulcsok hatása a különböző gazdasági szereplők viselkedésére. *Közgazdasági Szemle*, 54. évf. 2. sz. 125–141. o.
- BENEDEK DÓRA–LELKES ORSOLYA [2006]: A magyarországi jövedelem-újraelosztás és egy egykulcsos adóreform vizsgálata mikroszimulációs modellel. *Közgazdasági Szemle*, 53. évf. 7–8. sz. 604–623. o.
- CHRISTIE, E.–HOLZNER, M. [2006]: What Explains Tax Evasion? An Empirical Assessment based on European Data. Working Paper, 40. WIIW, Bécs.
- CLARK, T.–EMMERSON, C. [2003]: Privatising Provision and Attacking Poverty? The Direction of UK Pension Policy under New Labour. *Journal of Pension Economics and Finance*, Vol. 2. No. 1. 67–89. o.
- CREMER, H.–DE DONDER, PH.–MALDONALDO, D.–PESTIEAU, P. [2007]: Voting over Type and Generosity of a Pension System. *Journal of Public Economics*, 91. 2041–2061. o.

- CREMER, H.–DE DONDER, PH.–MALDONALDO, D.–PESTIEAU, P. [2008]: Designing a Linear Pension Scheme with Forced Savings and Wage Heterogeneity. *Journal of Economic Surveys*, 22. 213–233. o.
- DIAMOND, P. [2003]: *Taxation, Incomplete Markets and Social Security*. Munich Lectures. MIT Press, Cambridge, MA.
- DIAMOND, P.–KÖSZEGI, B. [2003]: Quasi-hyperbolic Discounting and Retirement. *Journal of Public Economics*, 87. 1839–1872. o.
- DISNEY, R. [2004]: Are Contributions to Public Pension Programmes a Tax on Employment? *Economic Policy*, 39. 267–311. o.
- FELDSTEIN, M. S. [1985]: The Optimal Level of Social Security Benefits. *Quarterly Journal of Economics*, 100. 303–320. o.
- FELDSTEIN, M. S. [1987]: Should Social Security be Means-Tested? *Journal of Political Economy*, 95. 468–484. o.
- FRIEDMAN, M.–COHEN, R. [1972]: *Social Security: Universal or Selective*. American Enterprise Institute, Washington.
- GALE, D. [1973]: Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models. *Journal of Economic Theory*, 6. 12–36. o.
- KOETHENBUERGER, M.–POUTVAARA, P.–PROFETA, P. [2008]: Why are More Redistributive Social Insurance Systems Smaller? *Oxford Economic Papers*, 60. 275–292. o.
- KÖLLŐ JÁNOS [2008]: Two Notes on Unreported Employment and Wages. Készült a Világbank és a Miniszterelnöki Hivatal *The incentives to work informally* című programja keretében, február, kézirat.
- KREKÓ JUDIT–KISS P. GÁBOR [2007]: Adóelkerülés és a magyar adórendszer. *MNB-tanulmányok* 65.
- LACKÓ MÁRIA [2006]: Az adóráták és a korrupció hatása a munkapiacra. Keresztmetszeti összehasonlítás az OECD-országokban. *Közgazdasági Szemle*, 53. évf. 11. sz. 961–985. o.
- MINIMUM INCOME PROVISION ... [2006]: Minimum Income Provision for Older People and their Contribution to Adequacy in Retirement. EU, Special Pensions Study, december 6. http://ec.europa.eu/employment_social/spsi/docs/social_protection/SPC%20Study%20minimum%20income%20final.pdf.
- OECD [2002]: *Measuring the Non-Observed Economy. A Handbook*. OECD, Párizs.
- PESTIEAU, P.–POSSEN, U. [1991]: Tax Evasion and Occupation. *Choice Journal of Public Economics*, 45. 107–125. o.
- SEFTON, J.–VAN DE VEN, J.–WEALE, M. [2008]: Means-Testing Retirement Benefits: Fostering Equity or Discourageing Saving? *Economic Journal*, 118. 556–590. o.
- SEMJÉN ANDRÁS–TÓTH I. JÁNOS [2004]: A rejtett gazdaság és adózási magatartás. *Közgazdasági Szemle*, 49. évf. 6. sz. 560–583. o.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2002]: Rugalmas nyugdíjkorhatár és optimális lineáris járulékos és járadékfüggvény. *Közgazdasági Szemle*, 49. évf. 9. sz. 713–724. o.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2008]: Keresetbevallás és nyugdíjrendszer – egy elemi modell. *Közgazdasági Szemle*, 55. évf. 5. sz. 427–440. o.
- TONIN, M. [2007]: *Minimum Wage and Tax Evasion. Theory and Evidence*. Discussion Paper, 1. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest.